



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN MUREȘ



MINISTERUL EDUCAȚIEI

CONCURSUL JUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „PETRU MAIOR”**Colegiul „Petrul Maior” Reghin****EDIȚIA a II-a, 9.04.2022****Clasa a IX-a***Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Pentru fiecare problemă se acordă maxim 7 puncte.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

Problema 1

a) Suma a trei numere în progresie aritmetică este egală cu 21. Dacă acestora li se adună numerele 2,3 și 9 atunci se obțin alte trei numere în progresie geometrică. Determinați cele trei numere inițiale.

b) Arătați că $5^{2n+1} \cdot 2^{n+2} + 3^{n+2} \cdot 2^{2n+1} : 19, \forall n \geq 1$.

Problema 2

Se dau funcțiile $f_m, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ date prin:

$$f_m(x) = \begin{cases} x+1, & x \in (-\infty, 2] \\ mx-3, & x \in (2, \infty) \end{cases}, m \in \mathbb{R} \text{ și } g(x) = \begin{cases} x-1, & x \in (-\infty, 3] \\ \frac{x+3}{3}, & x \in (3, \infty) \end{cases}.$$

Se cere:

- Determinați funcția $h = g \circ f_3$.
- Studiați monotonia funcției f_m , pentru toate valorile $m \in \mathbb{R}$.

Problema 3

Calculați expresiile:

a) $E = 2 \sin(-756^\circ) + \cos 54^\circ - \cos(-486^\circ) + \sin^2 216^\circ + \cos^2 144^\circ$;

b) $F = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cdot \sin(3\pi - x)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cdot \sin(\pi + x) \cdot \cos\left(x - \frac{5\pi}{2}\right)}$.

Problema 4

În trapezul $ABCD$, $AB \parallel CD$ și $AC \cap BD = \{O\}$. Notăm cu G_1 centrul de greutate al $\triangle AOB$ și cu G_2 centrul de greutate al $\triangle DOC$. Arătați că pentru orice punct M din plan are loc egalitatea:

$$2(\overrightarrow{MG_1} + \overrightarrow{MG_2}) = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{G_1O} + \overrightarrow{G_2O}.$$